

ՖԻԶԻԿԱ

ԷՆԵՐԳԻԱԿԱՆ ՄՈՏԵՑՄԱՄԲ ՊԱՐԱՄԵՏՐԱԿԱՆ ՌԵԶՈՆԱՆՍԻ ՖԻԶԻԿԱԿԱՆ ՄԵԿՆԱԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆԸ

ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ ԼԵՌՆԻԿ

Հայաստանի ազգային պոլիտեխնիկական համալսարանի Կապանի մասնաճյուղ

Էլ. հասցե՝ l.n.petrosyan@mail.ru

ԷԼՈՅԱՆ ԳԱՐԵԳԻՆ

Խաչատուր Աբովյանի անվան հայկական պետական մանկավարժական համալսարան

Էլ. հասցե՝ eloyangaregin06@aspu.am

DOI : 10.24234/scientific.v1i46.132

ԱՄՓՈՓՈՒՄ

Հետազոտության օբյեկտն է պարամետրական ռեզոնանսի երևույթը՝ ֆիզիկական մեկնաբանության տեսանկյունով:

Հետազոտության նպատակն է բացահայտել տատանողական շրջանակին առնչվող պարամետրական ռեզոնանսի երևույթի մասնավոր դեպքերից մեկը, երբ պարամետրական շրջանակում առկա են ժամանակից կախված ունակության և ինդուկտիվության ռեակտիվությունները:

Հիմք ընդունելով ֆիզիկական օրնաչափությունները մաթեմատիկական պարզ ապարատի օգնությամբ տրվում են որակական վերլուծություններ, համադրելով մաթեմատիկական և ֆիզիկական մոտեցումների ներդաշնակությունը:

Պարամետրական ռեզոնանսը չափազանց բարդ երևույթ է՝ կապված գծային համակարգերի անհավասարակշռության հետ: Հետևաբար անհավասարակշռությունը իրականացվում է ժամանակի անվեջ միջակայքում փոքր կուտակումների հաշվին: Ինչպես փոքր կուտակումները, այնպես էլ ժամանակի անվեջ միջակայքերը հարմար չեն ռեզոնանսի պատկերավոր ներկայացման և ֆիզիկական մեկնաբանման համար: Այդ պատճառով պարամետրական ռեզոնանսի հետազոտությունը հանգեցվում է ձևական մաթեմատիկական խնդիրների, որոնք իդեալականացված են և գործնականի հետ համադրելիս առաջանում են դժվարություններ:

Աշխատանքում օգտագործվել են հիմնախնդրի վերաբերյալ տեսական մեթոդներ, մասնագիտական գրականության ուսումնասիրություն, ինչպես նաև ստացված արդյունքների քանակական վերլուծություն:

Ռադիոֆիզիկական գրականության մեջ բավարարար ուշադրություն չի հատկացվում ժամանակից կախված երկու ռեակտիվությունների ուսումնասիրմանը, չնայած պարամետրական շրջանակի օգտագործման հնարավորությունները զգալիորեն կարող են ընդլայվել: Հատկապես այս խնդիրն է դիտարկված սույն հոդվածում, քանի որ այն լուծվել է բացառապես ֆիզիկական մեթոդներով:

Քանալի բառեր՝ տատանողական շրջանակ, պարամետրական ռեզոնանս, ռեակտիվություններ, կոնտուրի էներգիա, ունակություն, ինդուկտիվություն, թռիչքաձև փոփոխություն:

ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ

Պարամետրական ռեզոնանսի երևույթն այն է, որ պարբերաբար փոփոխվող ռեակտիվ (ինդուկտիվ և ունակային) տարրեր (այսուհետ՝ ռեակտիվություններ) պարունակող էլեկտրական տատանողական կոնտուրում ազատ պրոցեսը ավերջ աճում է, այսինքն՝ ըստ Լյապունովի կոնտուրը հավասարակշռված չէ (Бирюк Н. Д., Кривцов А. Ю., Юргелас В. В., 2013): Այս երևույթի հետազոտումը կապված է մաթեմատիկական մեծ դժվարությունների հետ, որոնք մինչ այժմ ամբողջովին հաղթահարված չեն, ուստի, կարելի է ասել, որ այդ երևույթի գործնական վերլուծության պահանջվածությունը դեռևս ուժի մեջ է (Мандельштам Л. И., 1972): Ինչպես հայտնի է, ռադիոֆիզիկական խնդիրներն հետազոտելիս ադեկվատ մաթեմատիկական ապարատն ունի ոչ փոխանցիկության իմաստ: Սովորաբար ֆիզիկական խնդիրներում մաթեմատիկական հավասարումների կազմման միջանկյալ և վերջնական արդյունքներն ուղեկցվում են բավականին պարզ ֆիզիկական մեկնաբանությամբ: Այդ դեպքում ստացվում է մեր ֆիզիկական աշխարհայացքի հետ համաձայնեցված տրամաբանորեն կապակցված պատկեր: Սովորաբար, այդպիսի դեպքերում առաջանում են ստացված լուծման զարգացմանը և ընդհանրացմանը նպաստող գաղափարներ:

Պարամետրական ռեզոնանսը՝ կապված ֆիզիկական մեկնաբանման տեսանկյունով, բարդություններ է հարուցում ռեզոնանսի երևույթը բնութագրելու համար (Якубович В. А., Старжинский В. М., 1972):

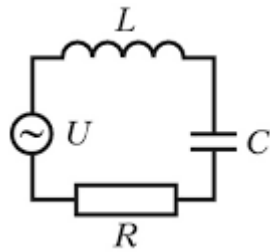
Շրջանակի անհավասարակշռությունը կապված է ժամանակի անվերջ միջակայքում փոքր կուտակումների հետ (Демидович Б. П., 1967), մինչդեռ, ինչպես փոքր կուտակումները, այնպես էլ ժամանակի անվերջ միջակայքերը նպատակահարմար չեն ռեզոնանսի երևույթի ֆիզիկական մեկնաբանման համար, ուստի պարամետրական ռեզոնանսի հետազոտությունը հաճախ հանգում է ձևական մաթեմատիկական խնդիրների:

Սույն հոդվածում առանձնացվել է պարամետրական ռեզոնանսի բնութագրական մասնավոր դեպք և տրվել է դրա որակական վերլուծությունը՝ առավելագույնս պարզ մաթեմատիկական ապարատի օգտագործմամբ, հենվելով ֆիզիկական օրինաչափությունների վրա:

Մեթոդաբանություն

Ստորև ներկայացված նկարում (նկար 1) պատկերված է ռեզոնանսային շրջանակը՝ ակտիվ և ռեակտիվ տարրերի հաջորդական միացմամբ:

Մեթոդական նպատակներից ելնելով՝ սկզբում ենթադրենք, որ կոնտուրի C, L, R տարրերը հաստատուն են: Ինչպես հայտնի է՝ ազատ պրոցեսն այն է, որ ռեակտիվություններում կուտակված էներգիան մշտապես փոխադրվում է



Նկ. 1

ինդուկտիվությունից ունակություն և հակառակը, իսկ այդ ընթացքում էլեկտրամագնիսական էներգիայի մի մասը կորչում է ակտիվ դիմադրությունում, վերածվելով ջերմության: Այդ ընթացքում շղթայում հոսանքն ըստ ժամանակի փոխվում է

$$i = I_m e^{-\beta t} \cos(\omega_c t + \varphi)$$

(1)

«մարող կոսինուսի» օրենքով, որտեղ $\beta = R/2L$ -ը՝ մարման գործակիցն է, $\omega_c = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ -ն՝ ազատ տատանումների հաճախությունը, $\omega_0 = 1/LC$ -ն՝ կոնտուրի սեփական տատանումների հաճախությունը (երբ $R = 0$): Ունակությունում և ինդուկտիվությունում պահեստավորված էներգիաների ակնթարթային արժեքները համապատասխանաբար հավասար են.

$$W_C = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU_C^2}{2}, \quad W_L = \frac{\Phi^2}{2L} = \frac{Li_L^2}{2}, \quad (2)$$

որտեղ q -ն՝ կոնդենսատորի լիցքն է, U_C -ն՝ լարումը կոնդենսատորի վրա, Φ -ն՝ ինդուկտիվության կոճով պարփակված մագնիսական հոսքը, i_L -ը՝ հոսանքը ինդուկտիվության վրա (տվյալ դեպքում այն համընկնում է կոնտուրի հոսանքի հետ): (2)-ում գրված երկու էներգիաներն էլ ժամանակից կախված տատանվում են ազատ տատանումների կրկնակի $2\omega_c$ հաճախությամբ՝ աստիճանաբար նվազելով: Ինչպես տեսնում ենք, ազատ պրոցեսը սովորական (իրական) կոնտուրում $R > 0$ դեպքում միշտ մարող է, այսինքն՝ սովորական կոնտուրը ասիմպտոտիկ կայուն է ըստ Լյապունովի: Իսկ եթե ռեկտիվություններն ըստ ժամանակի փոխվում են

$$C(t+T) = C(t), \quad L(t+T) = L(t)$$

(3)

պարբերական օրենքներով, որտեղ T -ն՝ պարբերությունն է, ապա ազատ պրոցեսը կարող է լինել ինչպես մարող, այնպես էլ անվերջ աճող: Վերջին դեպքում կոնտուրը անկայուն է ըստ Լյապունովի և տեղի ունի պարամետրական ռեզոնանս: Հնարավոր է և միջանկյալ դեպքը. երբ կոնտուրը չմարող է ոչ էլ անվերջ աճող, այսինքն՝ նրա հոսանքը մոդուլով միշտ փոքր է ինչ-որ հաստատուն արժեքից: Այդպիսի դեպքում կոնտուրը ասիմպտոտիկ կայուն է ըստ Լյապունովի: Բաժանել այդ որակապես տարբեր երևույթները, բարդ խնդիր է ինչպես մաթեմատիկական, այնպես էլ ֆիզիկական առումով: Պարամետրական ռեզոնանսն առավելապես ուժեղ է արտահայտվում, երբ ռեակտիվությունները փոխվում են թռիչքաձև: Դիտարկենք որոշ մասնավոր դեպքեր:

Դիցուք՝ ունակությունը թռիչքաձև նվազում է այն պահին, երբ նրանում կուտակված էներգիան առավելագույնն է և հավասար է կոնտուրում կուտակված լրիվ էներգիային: Քառորդ պարբերությունից հետո կոնդենսատորը կլինի չլիցքավորված և նրանում կուտակված էներգիան կլինի զրոյի հավասար, ու այդ պահին նրա ունակությունն անվեջ աճում է մինչև նախկին արժեքը: Այդ ընթացքում կոնտուրում պահեստավորված էներգիան չի փոխվի: Եվ նույն ձևով ամեն ինչ պարբերաբար կրկնվում է, ինչի արդյունքում էներգիան ունակության միջոցով կոնտուր է ներդրվում մեկ պարբերության ընթացքում երկու անգամ: Այս երևույթը վերլուծելիս չափազանց կարևոր է էներգիայի համար ընտրել համապատասխան արտահայտություն: Այս առումով դիտարկենք երկու դեպք: Վերլուծենք

$$W_C = \frac{q_m^2}{2C}, \quad q = const$$

(4)

արտահայտությունը:

Նկատի է առնվում, որ ունակության թռիչքային փոփոխման պահին $q_m = CU_m = const$: Այդ դեպքում ակնհայտ է, որ եթե ունակությունը թռիչքաձև նվազում է, ապա լարման լայնույթը թռիչքաձև աճում է, այնպես որ նրանց արտադրյալը մնում է հաստատուն: Այժմ դիտարկենք

$$W_C = \frac{CU_m^2}{2}, \quad U_m = const$$

(5)

արտահայտությունը:

Այս դեպքում $U_m = q_m/C = const$: Եթե C -ն թռիչքաձև նվազում է, ապա և q_m -ն է թռիչքաձև նվազում, այնպես որ q_m/C կոտորակը մնում է հաստատուն:

Իրացնելիս (4) արտահայտությունն առանձնակի առարկություններ չի առաջացնում: Կոնդենսատորի ստանդարտ կառուցվածքի դեպքում թիթեղների միջև եղած էլեկտրական դաշտի լարվածությունը հաշվվում է այն ենթադրությամբ, որ այդ թիթեղների մակերեսներն անվերջ են և լիցքավորված հավասարաչափ: Այդ դեպքում՝

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon \varepsilon_0} = \frac{q}{S \varepsilon \varepsilon_0} \quad (6)$$

որտեղ S -ը՝ կոնդենսատորի թիթեղի մակերեսն է:

Ինչպես երևում է՝ էլեկտրական դաշտի E լարվածությունը կախված չէ թիթեղների միջև եղած d հեռավորությունից: Կոնդենսատորի թիթեղների միջև լարումը՝ $E = Ud$: Եթե ենթադրվի, որ ունակությունը թռիչքաձև նվազում է թիթեղների միջև եղած d հեռավորության թռիչքաձև աճման հաշվին, ապա թիթեղների միջև լարումն էլ է աճում թռիչքաձև: Այդ ընթացքում q -ն, E -ն մնում են հաստատուն: Եթե ենթադրվի, որ q -ն փոխվում է թռիչքաձև, ապա դրա համար անհրաժեշտ կլինի անվեջ մեծ $i = dq/dt$ հոսանք: Այսպիսով՝ (4) արտահայտությունը միանգամայն ընդունելի է իրականացման համար:

Դիտարկենք (5) արտահայտությունը: Այստեղ, եթե C -ն նվազում է թռիչքաձև, ապա և q -ն է նվազում թռիչքաձև, իսկ նրա հետ միասին E -ն է նվազում թռիչքաձև: Այդ ընթացքում

ստացվում է, որ $i = dq/dt = \infty$: Եթե ենթադրվի, որ ունակությունը նվազում է թիթեղների միջև d հեռավորության մեծացմամբ, երբ $U = const$, ապա պետք է նվազի և $E = U/d$ լարվածությունը և q լիցքը: Թիթեղների հեռացմանը համապատասխան լիցքը պետք է նվազի թիթեղների միջով անցնող հոսանքի հաշվին: d -ն թռիչքաձև մեծանալիս հոսանքը հավասար է անվերջության: Այսպիսով՝ ունակությունը թռիչքաձև փոխվելիս (5) արտահայտությունը դիտարկման համար ընդունվել չի կարող, քանզի դրա իրականացման համար պահանջվում է իդեալական պայմանների իրականացում: Այսպիսով՝ (4) և (5) արտահայտությունները սովորական կոնտուրում հավասարազոր են, իսկ պարամետրական կոնտուրում ճիշտ է մնում (4) արտահայտությունը:

Կոնտուրում պահեստավորված էներգիան կարելի է մեծացնել ինդուկտիվության թռիչքաձև փոփոխման հաշվին: Այստեղ նույնպես հնարավոր է երկու տարբերակ: Առաջինը կապված է ինդուկտիվությունում պահեստավորված էներգիայի բանաձևի հետ, երբ այն առավելագույնն է.

$$W_L = \frac{\Phi_m^2}{2L}, \quad \Phi = const :$$

(7)

Ինդուկտիվությունը թռիչքաձև նվազում է, այդ դեպքում կոնտուրի էներգիան թռիչքաձև աճում է: Այդ ընթացքում $\Phi_m = LI_m = const$, այսինքն՝ ինդուկտիվությունում հոսանքի լայնույթը թռիչքաձև աճում է: Այդ դեպքում $\varepsilon_i = -d\Phi/dt$ ինդուկտիվության էլշու չի առաջանում: Այստեղ իրականացման համար դժվարություններ չեն երևում: Ինչպես հայտնի է սոլենոիդի ինդուկտիվությունը՝

$$L = \mu_0 \mu n^2 V,$$

(8)

որտեղ n -ը՝ գալարների խտությունն է (սոլենոիդի միավոր երկարության վրա գալարների թիվը), μ -ն՝ սոլենոիդի ներսի միջավայրի մագնիսական թափանցելիությունը, V -ն՝ սոլենոիդի ծավալը: Ինդուկտիվությունը կարելի է փոխել, օրինակ, երկաթե կամ պղնձե միջուկի ներս մտցնելով և հանելով: Առաջին դեպքում ինդուկտիվությունն աճում է երկրորդում՝ նվազում: Այսպիսով՝ երբ ինդուկտիվությունում էներգիան առավելագույնն է, երկաթե (կամ պղնձե) միջուկը դուրս ենք հանում, ինդուկտիվությունը նվազում է, իսկ նրա (7)-ով որոշվող էներգիան՝ աճում: Քառորդ պարբերությունից հետո երկաթե միջուկը ներս ենք մտցնում, այդ ժամանակ ինդուկտիվության էներգիան հավասար է զրո, այնպես որ կոնտուրում պահեստավորված էներգիան չի փոխվում:

Եթե ինդուկտիվությունն այդ ձևով պարբերաբար փոփոխվի, ապա կոնտուրում պահեստավորված էներգիան մեկ պարբերության ընթացքում կաճի երկու անգամ:

Այժմ դիտարկենք

$$W_L = \frac{LI_m^2}{2}, \quad I_m = const$$

(9)

արտահայտությունը:

Ունենք $I_m = \Phi_m / L = \text{const}$: Նշանակում է, եթե L -ը թոփչքածն նվազում է, ապա Φ_m -ը նույնպես թոփչքածն նվազում է այնպես, որպեսզի կատարվի $\Phi_m / L = \text{const}$ պայմանը: Սակայն, եթե Φ_m -ը թոփչքածն նվազում է, ապա այդ դեպքում առաջանում է անվերջ մեծ մակաձման էլշու:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_m}{dt} = \infty :$$

(10)

Այսպիսի դեպքում, ըստ Լենցի կանոնի, կոնդենսատորի միջուկը չի կարելի ոչ ներս տեղաշարժել, ոչ էլ դուրս: Դա իրականացնելիս առաջանում են անհաղթահարելի դժվարություններ: Այսպիսով՝ սովորական կոնտուրի համար հավասարազոր (7) և (9) արտահայտությունները պարամետրական կոնտուրում դառնում են ոչ հավասարազոր: Ինդուկտիվության փոփոխությունն իրականացնելիս տեղի ունի միայն (7) բանաձևը:

Վերը շարադրանքից պարզ է դառնում ռեակտիվությունների փոփոխման ճանապարհով էներգիայի կոնտուր ներմուծման մեխանիզմը: Գնահատենք համապատասխան էֆեկտները որակապես: Ունակությունը փոխվելիս (ասենք՝ ΔC -ով) սկզբնական (մինչ ունակության փոխվելը) և վերջնական (ունակությունը փոխվելուց հետո) էներգիաները առանց դժվարության գտնվում են (4) բանաձևով.

$$W_{C1} = \frac{q_m^2}{2C}, \quad W_{C2} = \frac{q_m^2}{2(C - \Delta C)} : \quad (11)$$

Այստեղից գտնում ենք էներգիայի ներդրումը կոնտուրում ունակության նվազեցման մեկ ակտի ժամանակ.

$$\Delta W_C = W_{C2} - W_{C1} = \frac{q_m^2}{2(C - \Delta C)} - \frac{q_m^2}{2C} = \frac{q_m^2}{2C} \cdot \frac{\Delta C}{C - \Delta C} : \quad (12)$$

Պարզվում է, գործնականում կարևոր է $\Delta C \ll C$ դեպքը բարձր բարորակություն ունեցող կոնտուրում, երբ $\beta^2 \ll \omega_0^2$ և $\omega_c \approx \omega_0 = 1/\sqrt{LC}$: Այդ դեպքում՝

$$\Delta W_C \cong \frac{q_m^2}{2C} \cdot \frac{\Delta C}{C} = \frac{I_m^2}{2\omega_0^2 C} \cdot \frac{\Delta C}{C} = \frac{1}{2} I_m^2 \rho^2 \Delta C, \quad (13)$$

որտեղ $\rho = \sqrt{L/C}$ -ն կոնտուրի բնութագրական դիմադրությունն է: Ազատ պրոցեսի մեկ պարբերության ընթացքում կոնտուր է ներմուծվում էներգիայի երկու մոտավորապես այսպիսի բաժիններ, այսինքն՝

$$W_T = 2\Delta W_C = I_m^2 \rho^2 \Delta C :$$

(14)

Այս էներգիան կոնտուր է ներմուծվում պարբերության ընթացքում: Այժմ հաշվենք այն էներգիան, որը պարբերության ընթացքում կորչում է R դիմադրության վրա էլեկտրամագնիսական էներգիան ջերմության փոխակերպման հաշվին.

$$W_R = \frac{I_m^2 R}{2} T = \frac{I_m^2 R}{2} \cdot \frac{2\pi}{\omega_0} = \pi I_m^2 R \sqrt{LC} : \quad (15)$$

Պարամետրական ռեզոնանսը տեղի կունենա, եթե $W_T > W_R$ կամ

$$\frac{L}{C}\Delta C > \pi R\sqrt{LC}, \quad \frac{\Delta C}{C} > \frac{\pi}{Q}, \quad (16)$$

որտեղ $Q = \rho/R$ -ը՝ կոնտուրի բարորակությունն է: Ստացվեց պարամետրական ռեզոնանսի պարզագույն պայման. ունակության հարաբերական փոփոխությունը կարգով պետք է մեծ լինի բարորակության «-1» աստիճանից:

Բերենք համանման գնահատական ինդուկտիվությունը փոփոխվելիս: Օգտվելով (7) բանաձևից՝ ստանում ենք ինդուկտիվությունում պահեստավորված էներգիան ինդուկտիվության նվազելուց առաջ և հետո.

$$W_{L1} = \frac{\Phi_m^2}{2L}, \quad W_{L2} = \frac{\Phi_m^2}{2(L-\Delta L)}: \quad (17)$$

Այդ ընթացքում ստացվում է էներգիայի հետևյալ ներդրումը կոնտուրում.

$$\Delta W_L = W_{L2} - W_{L1} = \frac{\Phi_m^2}{2(L-\Delta L)} - \frac{\Phi_m^2}{2L} = \frac{\Phi_m^2}{2L} \cdot \frac{\Delta L}{L-\Delta L} = \frac{LI_m^2}{2} \cdot \frac{\Delta L}{L-\Delta L}: \quad (18)$$

$\Delta L \ll L$ դեպքում (18)-ից ստանում ենք՝

$$\Delta W_L \approx \frac{I_m^2}{2} \Delta L = \frac{1}{2} I_m^2 \Delta L:$$

(19)

Պարբերության ընթացքում կոնտուրը ստանում է հետևյալ էներգիան.

$$W_T = 2\Delta W_L = I_m^2 \Delta L$$

(20)

Պարամետրական ռեզոնանսն իրագործվում է $W_T > W_R$ պայմանի դեպքում: (15) և (20) առնչությունների հաշվառմամբ գրված պայմանից ստանում ենք՝

$$\Delta L > \pi R\sqrt{LC} \quad \text{կամ} \quad \frac{\Delta L}{L} > \frac{\pi}{Q}: \quad (21)$$

Ինչպես ունակության դեպքում ինդուկտիվության հարաբերական փոփոխությունը կարգով պետք է բարձր լինի կոնտուրի բարորակության հակադարձ մեծությունից: Ստացվեց պարամետրական ռեզոնանսի պարզ պայման ինդուկտիվության թռիչքաձև փոփոխման դեպքում:

Մենք դիտարկեցինք դեպքերը, երբ ունակությունը թռիչքաձև նվազեց հատկապես այն պահին, երբ նրանում պահեստավորված էներգիան առավելագույնն է, ճիշտ նույն ձևով արդեն նվազել է ինդուկտիվությունն այն պահին, երբ նրանում պահեստավորված էներգիան առավելագույնն է: Հանգունորեն կարելի է դիտարկել ունակության և ինդուկտիվության թռիչքաձև աճը, երբ նրանցում պահեստավորված էներգիաները առավելագույնն են: Այս դեպքում ստացվում է էներգիայի նույնափսի աճ, ինչպես նախկինում (13) և (20) արտահայտություններով, միայն «միևնու» նշաններով, այսինքն՝ էներգիան կոնտուր չի ներառվում, այլ վերցվում է նրանից: Այժմ օգտագործելով ստացված տեղեկատվությունը՝ կարելի է դիտարկել երկու ռեակտիվությունների միաժամանակյա փոփոխման դեպքը: Այստեղ հնարավոր են շատ տարբերակներ: Մենք կսահմանափակվենք երկու առավել բնութագրական դեպքերի դիտարկմամբ. ա) $\rho = const$, բ) $\omega_0 = const$:

ա) Դեպքը հավասարազոր է $L(t)/C(t) = \text{const}$ պայմանին: Այդ պատճառով ռեակտիվությունների այդպիսի փոփոխությունը, բնական է, անվանել սինխրոն:

բ) Դեպքը հավասարազոր է $L(t) \cdot C(t) = \text{const}$ պայմանին: Ռեակտիվությունների այդպիսի փոփոխությունը կանվանենք ասինխրոն:

Դիտարկենք ռեակտիվությունների $L(t) = \text{const} \cdot C(t)$, $\Delta L = \text{const} \cdot \Delta C$ սինխրոն փոփոխությունը: Ենթադրենք՝ ունակությունը և ինդուկտիվությունը նվազում են այն ժամանակ, երբ ունակությունում պահեստավորված էներգիան առավելագույնն է:

Այդ դեպքում ունակության փոփոխման հաշվին կոնտուր է ներմուծվում (13)-ով արտահայտվող էներգիան.

$$\Delta W_C = \frac{1}{2} I_m^2 \rho^2 \Delta C = \frac{1}{2} I_m^2 L \frac{\Delta C}{C} : \quad (22)$$

Քառորդ պարբերությունից հետո, երբ կոնտուրի էներգիան փոխադրվում է ինդուկտիվություն, ինդուկտիվությունը և ունակությունը միաժամանակ թռիչքաձև աճում են: Այդ ժամանակ կոնտուրից էներգիան դուրս է մղվում ինդուկտիվության փոփոխման հաշվին: Այդ էներգիայի մեծությունը որոշվում է (22) բանաձևով, «մինուս» նշանով.

$$\Delta W_L = -\frac{1}{2} I_m^2 \Delta L = -\frac{1}{2} I_m^2 L \frac{\Delta L}{L} = -\frac{1}{2} I_m^2 L \frac{\Delta C}{C} : \quad (23)$$

Ստացվեց, որ (19) էներգիան, որը սկզբում ներմուծվել է կոնտուր, քառորդ պարբերությունից հետո, համաձայն (20)-ի, դուրս է մղվում կոնտուրից: Դա նշանակում է, որ ռեակտիվությունները սինխրոն փոխվելիս պարամետրական կոնտուրը անկայուն լինել չի կարող, այդ դեպքում պարամետրական ռեզոնանս հնարավոր չէ: Կարելի է Լյապունովի երկրորդ մեթոդի օգնությամբ ցույց տալ, որ այդ եզրահանգումը ճիշտ է ըստ ժամանակի ինդուկտիվության և ունակության փոփոխման ցանկացած միևնույն օրենքի դեպքում: Հետևաբար, եթե կոնտուրը գրգռվել է մեկի (օրինակ, ունակության) ըստ ժամանակի փոփոխության պատճառով, ապա այն կարելի է կայունացնել սինխրոն կերպով փոփոխելով մյուս (ինդուկտիվ) ռեակտիվությունը:

Այժմ դիտարկենք ռեակտիվությունների ասինխրոն փոփոխման $L(t) \cdot C(t) = \text{const}$ դեպքը:

Ունենք

$$L(t) = \frac{\text{const}}{C(t)}, \quad \Delta L = -\text{const} \frac{\Delta C}{C^2} : \quad (24)$$

Այդ դեպքում (13) և (19) բանաձևերը կարող են բերվել հետևյալ տեսքի.

$$\Delta W_C = \frac{1}{2} I_m^2 \rho^2 \Delta C = \frac{1}{2} I_m^2 L \frac{\Delta C}{C}, \quad (25)$$

$$\Delta W_L = \frac{1}{2} I_m^2 \Delta L = \frac{1}{2} I_m^2 L \frac{\Delta L}{L} = -\frac{1}{2} I_m^2 L \frac{\Delta C}{C} : \quad (26)$$

Ստացվում է, որ երբ ունակությունը նվազում է, ինդուկտիվությունն աճում է: Եթե ունակությունն էներգիան մղում է կոնտուր, ապա այդ պահին ինդուկտիվությունը էներգիան դուրս է մղում կոնտուրից: Արդյունքը կախված է այդ պահին երկու ռեակտիվություններում պահեստավորված էներգիաների հարաբերակցությունից: Մեր դեպքում ռեակտիվությունների ըստ ժամանակի փոփոխություններն առանձնահատուկ են, ուստի

պետք է սպասել առանձնահատուկ արդյունքի: Դիցուք՝ ժամանակի ինչ-որ պահի կոնտուրի ամբողջ էներգիան պահեստավորված է ունակությունում, և այդ պահին ունակությունը թռիչքաձև նվազում է, ինչի հետևանքով էներգիան մղվում է կոնտուր: Այդ իսկ պահին ինդուկտիվությունը թռիչքաձև աճում է, ինչի հաշվին, ընդհանրապես ասած, էներգիան պետք է դուրս մղվի կոնտուրից: Սակայն այդ պահին էներգիան ինդուկտիվությունում հավասար է զրոյի, այդ իսկ պատճառով դուրս մղում տեղի չի ունենում: Քառորդ պարբերությունից հետո կոնդենսատորի ամբողջ էներգիան կենտրոնացված կլինի ինդուկտիվությունում, այդ պահին ինդուկտիվությունը թռիչքաձև նվազում է, իսկ ունակությունը թռիչքաձև աճում է: Ինդուկտիվության նվազման հաշվին էներգիան մղվում է կոնտուր: Ունակությունն աճելիս էներգիան պետք է արտամղվի կոնտուրից, սակայն ժամանակի տվյալ պահին ունակությունում էներգիա չկա, ուստի այդ պատճառով էներգիայի արտամղում տեղի չի ունենում: Եվ այնուհետև այս բոլորը պարբերաբար կրկնվում է: Ստացվում է, որ յուրաքանչյուր քառորդ պարբերությունից հետո էներգիան մղվում է կոնտուր մեկ ունակությամբ, մեկ ինդուկտիվությամբ: Ռեակտիվություններն ասինխրոն փոփոխվելիս կոնտուրը կարող է լինել կամ անկայուն, կամ կայուն, սակայն այդ կայունությունը համեմատած այլ համանման դեպքերի հետ, առավել մոտ է անկայունությանը: Այս պնդումը պարզաբանման կարիք ունի: Ենթադրենք $L(t), C(t)$ ռեակտիվությունների փոփոխման որոշ օրենքների դեպքում ունենք ասինխրոն փոփոխություն, ընդ որում՝ կարելի է մտցնել ժամանակային դանդաղում կամ առաջ տալ այդ օրենքներից որևէ մեկում, ասենք, ունակության համար $C(t+t_0)$, որտեղ t_0 -ն՝ կարող ենք տալ կամայական, այսինքն՝ ինքը՝ ունակության փոփոխման օրենքը չի փոխվում, սակայն կարող ենք ըստ ժամանակի տեղաշարժել, $t_0=0$ -ում ստացվում է ասինխրոն փոփոխություն: Այժմ վերը ստացված պնդումը կարելի է ձևակերպել ճշգրիտ: Եթե ռեակտիվությունները փոխվելիս ($t_0=0$) կոնտուրը կայուն է, ապա ցանկացած t_0 -ում այն կլինի ավելի կայուն: Եթե $t_0=0$ -ում կոնտուրն անկայուն է, ապա, ընդհանրապես ասած, ցանկացած t_0 -ում ոչինչ չի կարելի ասել կոնտուրի կայունության մասին:

ԵԶՐԱԿԱՅՈՒԹՅՈՒՆ

Ներկայացված վերլուծություններից ակնհայտ է դառնում, որ բարդ ֆիզիկական խնդրի լուծումը, որպես կանոն, իրենից ներկայացնում է ֆիզիկական և մաթեմատիկական օրինաչափությունների տրամաբանական հաջորդականությունից կառուցված յուրատեսակ «համաձուլվածք»: Այդ «համաձուլվածք»-ում մեկի և մյուսի տեսակարար կշիռը կարող է լինել տարբեր, սակայն յուրաքանչյուր խնդրի համար, կատարյալ ձևում, այն պետք է լինի միանգամայն որոշակի: Հետաքրքիր է նշել, որ ռադիոֆիզիկական գրականության մեջ անհարկի քիչ ուշադրություն է հատկացվում ըստ ժամանակի փոփոխվող երկու ռեակտիվություններ պարունակող պարամետրական կոնտուրին, չնայած, ակնհայտ է, որ այդպիսի դեպքում կոնտուրի պոտենցիալ հնարավորությունները նկատելիորեն ընդլայնվում են: Հատկապես, հոդվածում մենք վերլուծեցինք, թե ինչպես կարելի է տվյալ խնդիրը լուծել բացառապես ֆիզիկական մեթոդներով: Ըստ էության, դրանք հնարավորություն տվեցին, երևի թե առաջին անգամ, առանձնացնելու սինխրոն և ասինխրոն բնութագրական

ռեակտիվությունների փոփոխման դեպքերը: Ֆիզիկական և մաթեմատիկական լուծումների կիրառելիության տիրույթները տարբեր են, դրանք փոխադարձաբար լրացնում են միմյանց և, կարծես թե, թույլ են տալիս խնդիրը դիտարկել տարբեր դիրքերից: Դրա իյուստրացիան կարող է լինել պարամետրական կոնտուրը ըստ նկ. 1-ի, որում ռեակտիվությունները հաստատուն են, իսկ $R = R(t) > 0$. ակտիվ դիմադրությունը ըստ ժամանակի կարող է փոփոխվել ցանկացած օրենքով՝ մնալով միշտ դրական: Այստեղից էլ, ստացված արդյունքները կարող ենք ընդհանրացնել երկու ուղղությամբ. ավելի բարդ պարամետրական ռադիոշղթաների և ոչ գծային ռադիոշղթաների նկատմամբ կիրառելիությամբ: Գոյություն ունի, ռադիոֆիզիկական շրջանակներում, համեմատաբար քիչ հայտնի, գծային միացման սկզբունքը, որը պնդում է, որ ոչ գծային համակարգի ցանկացած լուծում կարող է ներկայացվել որպես դրան համարժեք գծային համակարգի լուծում: Այստեղ գծայինի տակ ենթադրվում է հատկապես պարամետրական համակարգը:

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՑԱՆԿ

- Бирюк Н. Д., Кривцов А. Ю., Юргелас В. В.** (2013). Анализ устойчивости параметрического контура, основанный на первом методе Ляпунова. *Вестник ВГУ. Серия Физика. Математика*, 1, 13–20.
- Демидович Б. П.** (1967). *Лекции по математической теории устойчивости*. Москва, Наука.
- Зайцев В. Ф., Полянин А. Д.** (1997). *Справочник по линейным обыкновенным дифференциальным уравнениям*. Москва, Факториал.
- Мандельштам Л. И.** (1972). *Лекции по теории колебаний*. Москва, Наука.
- Мандельштам Л.И.** (1947). *О Возбуждении колебаний в электрической колебательной системе при помощи периодического изменения емкости* (2nd ed.). Изд. АН СССР.
- Якубович В. А., Старжинский В. М.** (1972). *Линейные дифференциальные уравнения с периодическими коэффициентами и их приложения*. Москва, Наука.

REFERENCE LIST

- Akademik L. I. Mandel'shtam.** (1972). *Lekcii po teorii kolebanij (Lectures on the theory of oscillations)*. Moskva, Nauka.
- Biryuk N. D., Krivcov A. YU., YUrgelas V. V.** (2013). Analiz ustojchivosti parametriceskogo kontura, osnovannyj na pervom metode Lyapunova (*Stability analysis of a parametric contour based on the first Lyapunov method*). Vestnik VGU. Seriya Fizika. Matematika, 1, 13–20.
- Demidovich B. P.** (1967). *Lekcii po matematicheskoj teorii ustojchivosti (Lectures on the mathematical theory of stability)*. Moskva, Nauka.
- Zajcev V. F., Polyanin A. D.** (1997). *Spravochnik po linejnym obyknovennym differencial'nym uravneniyam (Handbook of Linear Ordinary Differential Equations)*. Moskva, Faktorial.

Mandel'shtam L.I. (1947). O Vozbuzhdenii kolebanij v elektricheskoi kolebatel'noj sisteme pri pomoshchi periodicheskogo izmeneniya emkosti (*On Excitation of oscillations in an electrical oscillatory system by means of periodic changes in capacitance*). (2nd ed.). Izd. AN SSSR.

Yakubovich V. A., Starzhinskij V. M. (1972). Linejnye differencial'nye uravneniya s periodicheskimi koefficientami i ih prilozheniya (*Linear differential equations with periodic coefficients and their applications*). Moskva, Nauka.

ABSTRACT

PHYSICAL INTERPRETATION OF PARAMETRIC RESONANCE BY ENERGY APPROACH

PETROSYAN L., ELOYAN G.

The object of study is the phenomenon of parametric resonance from the point of view of physical interpretation.

The purpose of the study is to identify one of the special cases of the phenomenon of parametric resonance associated with an oscillating reference frame, when the parametric system contains time-dependent capacitive and inductive reactance.

Based on physical measurements using a simple mathematical apparatus, qualitative analyzes are given that combine the harmony of mathematical and physical approaches.

Parametric resonance is an extremely complex phenomenon associated with the imbalance of linear systems. Therefore, disequilibrium occurs due to small accumulations in an infinite time interval. Like small clusters, infinite time intervals are not suitable for graphical representation and physical interpretation of resonance. For this reason, the study of parametric resonance leads to formal mathematical problems that are idealized and difficulties arise when comparing them with practical ones.

Theoretical methods, analyzing professional literature, also a quantitative analysis of the obtained results are used.

In the radio-physical literature, insufficient attention is paid to the study of two non-stationary reactivity, although the possibilities of using a parametric circuit can be significantly expanded. The article analyzes this problem, since it was solved exclusively by physical methods.

Key words. Oscillatory contour, parametric resonance, reactance's, contour energy, capacitance, inductance, step change.

РЕЗЮМЕ

ФИЗИЧЕСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ К ПАРАМЕТРИЧЕСКОМУ РЕЗОНАНСУ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИМ ПОДХОДОМ

ПЕТРОСЯН Л., ЭЛОЯН Г.

Объектом исследования является явление параметрического резонанса с точки зрения физической интерпретации.

Цель исследования – выявить один из частных случаев явления параметрического резонанса, связанного с колеблющейся системой отсчета, когда в параметрической системе присутствуют зависящие от времени емкостные и индуктивные реактивные сопротивления. На основе физических измерений с помощью простого математического аппарата даются качественные анализы, сочетающие в себе гармонию математического и физического подходов.

Параметрический резонанс — чрезвычайно сложное явление, связанное с неуравновешенностью линейных систем. Поэтому неравновесие осуществляется за счет малых накоплений в бесконечном интервале времени. Как и небольшие скопления, бесконечные интервалы времени не подходят для графического изображения и физической интерпретации резонанса. По этой причине исследование параметрического резонанса приводит к формальным математическим задачам, которые идеализированы и возникают трудности при сравнении их с практическими.

В работе использованы теоретические методы решения проблемы, изучение профессиональной литературы, а также количественный анализ полученных результатов.

В радиофизической литературе изучению двух нестационарных реактивностей уделяется недостаточно внимания, хотя возможности использования параметрической схемы можно существенно расширить. Особенно эта проблема рассматривается в данной статье, поскольку она решалась исключительно физическими методами.

Ключевые слова. Колебательный контур, параметрический резонанс, реактивные сопротивления, контурная энергия, емкость, индуктивность, ступенчатое изменение.